

Brief an Nicolaus I Bernoulli

Cramer, Gabriel

Londres, ce 10e/21 May 1728

Universitätsbibliothek Basel

Shelf Mark: L Ia 22:1 Nr.52

Persistent Link: <https://doi.org/10.7891/e-manuscripta-24294>

www.e-manuscripta.ch

Die Plattform e-manuscripta.ch ist ein Kooperationsprojekt von Institutionen aus dem schweizerischen Bibliotheks- und Archivbereich und wird finanziell von diesen getragen. Das Spektrum umfasst alle Arten von handschriftlichen Dokumenten vornehmlich aus der Neuzeit.

e-manuscripta.ch is a collaborative project involving various Swiss libraries and archives, who also finance the venture. The range includes all types of handwritten material primarily from the modern period.

e-manuscripta.ch est un projet né de la coopération des différentes bibliothèques et archives suisses qui le soutiennent financièrement. La gamme comprend tous les genres de sources manuscrites principalement de l'ère moderne.

e-manuscripta.ch è un progetto nato dalla collaborazione delle varie biblioteche e archivi della svizzera ed è sostenuta finanziariamente da loro. La gamma comprende tutti i tipi di documenti scritti a mano principalmente di epoca moderna.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

Monsieur,

Vous pardonnerés l'importunité que je continue à vous faire en m'adressant à vous sur l'extrême envie que j'ai de recevoir de vos nouvelles, & sur la raison qui fait le fondement de cette envie, qui n'est autre chose que la grande idée que vous m'avez laissée de votre Mérite, & la vive reconnaissance que je vous pour les faveurs dont vous m'avez comblé.

Le Livre de M^r de Moivre n'est pas encore prêt à imprimer, les souscriptions ne s'avancent pas beaucoup. Tel est le goût fantastique des Anglois, que ce Livre qui sans doute contiendra de très bonnes choses, peut à peine trouver 150, ou 200 souscriptions pendant que celui de Pemberton sur la Philosophie de M^r Newton en a trouvé 2000. quoi qu'il soit d'un très petit usage étant trop fort pour les ignorans & trop faible pour les sçavans.

Resté chassant encore avec plus de soin sur les Suites, vous m'avez de M^r de Moivre, j'ai en fin trouvé le noeud de la Méthode, à ce que j'ai pu comprendre par quelques ^{mot} ~~lettres~~ qu'il a lâchés. Le tout consiste en ces Théorèmes soient tant de Suites Géométriques qu'on voudra, $a, az, az^2, az^3, &c, b, bz, bz^2, bz^3, &c, c, cx, cx^2, cx^3, &c, d, dx, dx^2, dx^3, &c$ dont on ajoute les Termes correspondants pour faire une nouvelle Suite $a + b + c + d, az + bz + cx + dx, az^2 + bz^2 + cx^2 + dx^2, &c$. Cette nouvelle Suite sera une suite d'ordre n si les Termes correspondants pour faire une nouvelle Suite $a + b + c + d, az + bz + cx + dx, az^2 + bz^2 + cx^2 + dx^2, &c$ sont les racines d'une équation $x^n - mx^{n-1} - nx^{n-2} - px^{n-3} - q = 0$ d'autant de dimensions qu'il y a de Suites Géométriques, & dont les racines soient $z, y, x, v, &c$ les exposans de ces Suites Géométriques, & alors étant le 1^{er} Terme, changeant les signes, & faisant $z=1$, vous aurés $m+n+p+q$ pour l'Indice de la Suite résultante.

Ce qu'il y a de commode dans cette Méthode, c'est qu'on démontre bien aisément par là, & qu'il y a de plus difficile dans l'ancienne, se de trouver les Indices des Suites formées par l'addition ou la multiplication des Termes correspondants de 2 Suites récurrentes. B. E. soit $m+n$ l'Indice d'une Suite récurrente A, $p+q$ l'Indice d'une autre Suite B. Soit $x^n - mx^{n-1} - nx^{n-2} - px^{n-3} - q = 0$ d'autant de dimensions qu'il y a de Suites Géométriques, & dont les racines soient $z, y, x, v, &c$ les exposans de ces Suites Géométriques, & alors étant le 1^{er} Terme, changeant les signes, & faisant $z=1$, vous aurés $m+n+p+q$ pour l'Indice de la Suite résultante.

on les valeurs de a, b, c, d , se déterminent pour les valeurs données des 2 premiers termes des suites A, B .
 Si l'on ajoute donc les termes correspondants de ces suites le terme e de la suite résultante sera
 $ax^2 + by^2 + cx + d$ dont l'indice se trouve en faisant une équation dont les racines soient
 $2, y, x, v$. C.à. D. en multipliant $z^2 - mz - n$ par $z^2 - pz - q$, ce qui donnera $z^4 - mz^3 - nz^2 + mpz + nq$
 y pour indices $m+n - mp - nq$. Que si l'on veut multiplier les termes correspondants des

suites A, B , le terme e de la suite résultante sera $acx^2x + adx^2y + bcxyx + bdy^2v$, dont
 l'indice se trouvera en faisant une équation dont les racines soient $2x, 2y, yx, yv$, ce qui se
 peut faire en posant $z^2 - mz - n = 0$, $z^2 - pz - q = 0$, $zx = w$, et éliminant, $2, 5x$, on aura
 $w^4 - mpw^3 - mnqw^2 - mnpqw + mnqg = 0$ & p. indices $mp + mnq + mnpq - mnqg$
 $- mpp$ $+ npp$
 $- 2mq$ $+ 2mq$

conformément à ce que M. de Moivre a proposé dans les Transactions Philosophiques.

Mais si cette méthode a l'avantage de la facilité, elle a d'un autre côté l'inconvénient
 de ne pouvoir pas s'appliquer à plusieurs cas où elle devrait s'appliquer. C. à. D. si l'on cherche
 de quelles suites géométriques est composée la Progression Arith. 1. 2. 3. 4. &c. dont l'indice est 2-1
 on ne trouvera rien. Car selon la méthode elle est composée de 2 suites géométriques dont
 la posant pour les racines de l'équation $z^2 - 2z + 1 = 0$. Or ces deux suites Racines sont 1, 1,
 marquer dans 2 suites dont les termes sont tous égaux, ce qui est impossible. Or la
 même chose arrive à toutes les suites dont une différence quelconque est constante.
 J'avais cru d'abord Monsieur, que votre méthode avait le même défaut. Car l'expression
 générale $\frac{x^2 - y^2}{x - y}$ dans notre cas où $x = 1, y = 1$ ne donne rien. Cependant en y réfléchissant
 mieux, j'ai vu qu'il n'y a point de difficulté, & que c'est ici le cas de l'art 163 des Inf. petits.
 Car différenciant suivant la règle qui y est proposée, le Numérateur est $2x$ & le Dénominateur
 on aura $\frac{2x - 2y - 2y^2}{dx - dy} = (\text{puisque } x = y) \frac{2x - 2x - 2x^2}{dx - dy} = \frac{-2x^2}{dx - dy} = \frac{-2x^2}{dx - dy}$ (puisque $x = y$) Donc
 chaque terme marquera lui-même le quantième il est à l'ordre ce qui est la propriété
 de la Progression Arithmétique 1. 2. 3. 4.

Je ne fais rien me tromper, mais je crois tenir la résolution du cas singulier que vous
 m'avez proposé à M. de Montmort, dans votre Lettre du 21. 7. 1713. C. à. D. 5. 402. C. à. D. 402.
 le 3. plus simple je suppose que j'ai jeté en l'air une pièce de monnaie & l'engage à lui
 donner 1. Si le côté de la Croix tombe le premier coup, 2. Si ce n'est que le second, 4. Si c'est
 le 3. Coup, 8. Si c'est le 4. Coup, &c. Le Paradoxe consiste en ce que le calcul donne pour
 l'équivalent que il doit donner à la somme infinie, ce qui parait absurde, puisqu'il n'y a

personne de bon sens qui voudra donner 20 lous. On demande la Raison de cette différence entre l'Estime
 Mathématique & l'Estime vulgaire. Je crois qu'elle vient de ce que les Mathématiciens estiment l'argent
 à proportion de sa quantité, & les hommes de bon sens à proportion de l'usage qu'ils en peuvent faire.
 Ce qui rend l'Esperance Mathématique infinie c'est la somme prodigieuse que je peux recevoir, si le
 côté de la Croix ne tombe que bien tard, le 1000^e coup. Or cette somme, si je raisonne en homme
 sensé, n'est pas plus pour moi, ne me fait pas plus de plaisir, ne m'engage pas plus à accepter le
 parti, que si elle n'étoit que 10 ou 20 Millions d'ans. Supposons donc que l'autre somme au dessus de
 10 Millions (pour plus de facilité) au dessus de $2^{24} = 16777216$ d'ans, lui est égale ou plutôt que je
 ne puisse jamais recevoir plus de 2^{24} lous, quelque tard que vienne le côté de la Croix, Et mon Esperance
 sera $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} + \frac{1}{512} + \frac{1}{1024} + \frac{1}{2048} + \frac{1}{4096} + \frac{1}{8192} + \frac{1}{16384} + \frac{1}{32768} + \frac{1}{65536} + \frac{1}{131072} + \frac{1}{262144} + \frac{1}{524288} + \frac{1}{1048576} + \frac{1}{2097152} + \frac{1}{4194304} + \frac{1}{8388608} + \frac{1}{16777216} + \frac{1}{33554432} + \frac{1}{67108864} + \frac{1}{134217728} + \frac{1}{268435456} + \frac{1}{536870912} + \frac{1}{1073741824} + \frac{1}{2147483648} + \frac{1}{4294967296} + \frac{1}{8589934592} + \frac{1}{17179869184} + \frac{1}{34359738368} + \frac{1}{68719476736} + \frac{1}{137438953472} + \frac{1}{274877906944} + \frac{1}{549755813888} + \frac{1}{1099511627776} + \frac{1}{2199023255552} + \frac{1}{4398046511104} + \frac{1}{8796093022208} + \frac{1}{17592186044416} + \frac{1}{35184372088832} + \frac{1}{70368744177664} + \frac{1}{140737488355328} + \frac{1}{281474976710656} + \frac{1}{562949953421312} + \frac{1}{1125899906842624} + \frac{1}{2251799813685248} + \frac{1}{4503599627370496} + \frac{1}{9007199254740992} + \frac{1}{18014398509481984} + \frac{1}{36028797018963968} + \frac{1}{72057594037927936} + \frac{1}{144115188075855872} + \frac{1}{288230376151711744} + \frac{1}{576460752303423488} + \frac{1}{1152921504606846976} + \frac{1}{2305843009213693952} + \frac{1}{4611686018427387904} + \frac{1}{9223372036854775808} + \frac{1}{18446744073709551616} + \frac{1}{36893488147419103232} + \frac{1}{73786976294838206464} + \frac{1}{147573952589676412928} + \frac{1}{295147905179352825856} + \frac{1}{590295810358705651712} + \frac{1}{1180591620717411303424} + \frac{1}{2361183241434822606848} + \frac{1}{4722366482869645213696} + \frac{1}{9444732965739290427392} + \frac{1}{18889465931478580854784} + \frac{1}{37778931862957161709568} + \frac{1}{75557863725914323419136} + \frac{1}{151115727451828646838272} + \frac{1}{302231454903657293676544} + \frac{1}{604462909807314587353088} + \frac{1}{1208925819614629174706176} + \frac{1}{2417851639229258349412352} + \frac{1}{4835703278458516698824704} + \frac{1}{9671406556917033397649408} + \frac{1}{19342813113834066795298816} + \frac{1}{38685626227668133590597632} + \frac{1}{77371252455336267181195264} + \frac{1}{154742504910672534362390528} + \frac{1}{309485009821345068724781056} + \frac{1}{618970019642690137449562112} + \frac{1}{1237940039285380274899124224} + \frac{1}{2475880078570760549798248448} + \frac{1}{4951760157141521099596496896} + \frac{1}{9903520314283042199192993792} + \frac{1}{19807040628566084398385987584} + \frac{1}{39614081257132168796771975168} + \frac{1}{79228162514264337593543950336} + \frac{1}{158456325028528675187087900672} + \frac{1}{316912650057057350374175801344} + \frac{1}{633825300114114700748351602688} + \frac{1}{1267650600228229401496703205376} + \frac{1}{2535301200456458802993406410752} + \frac{1}{5070602400912917605986812821504} + \frac{1}{10141204801825835211973625643008} + \frac{1}{20282409603651670423947251286016} + \frac{1}{40564819207303340847894502572032} + \frac{1}{81129638414606681695789005144064} + \frac{1}{162259276829213363391578010288128} + \frac{1}{324518553658426726783156020576256} + \frac{1}{649037107316853453566312041152512} + \frac{1}{1298074214633706907132624082305024} + \frac{1}{2596148429267413814265248164610048} + \frac{1}{5192296858534827628530496329220096} + \frac{1}{10384593717069655257060992658440192} + \frac{1}{20769187434139310514121985316880384} + \frac{1}{41538374868278621028243970633760768} + \frac{1}{83076749736557242056487941267521536} + \frac{1}{166153499473114484112975882535043072} + \frac{1}{332306998946228968225951765070086144} + \frac{1}{664613997892457936451903530140172288} + \frac{1}{1329227995784915872903807060280344576} + \frac{1}{2658455991569831745807614120560689152} + \frac{1}{5316911983139663491615228241121378304} + \frac{1}{10633823966279326983230456482242756608} + \frac{1}{21267647932558653966460912964485513216} + \frac{1}{42535295865117307932921825928971026432} + \frac{1}{85070591730234615865843651857942052864} + \frac{1}{170141183460469231731687303715884105728} + \frac{1}{340282366920938463463374607431768211456} + \frac{1}{680564733841876926926749214863536422912} + \frac{1}{1361129467683753853853498429727072845824} + \frac{1}{2722258935367507707706996859454145691648} + \frac{1}{5444517870735015415413993718908291383296} + \frac{1}{10889035741470030830827987437816582766592} + \frac{1}{21778071482940061661655974875633165533184} + \frac{1}{43556142965880123323311949751266331066368} + \frac{1}{87112285931760246646623899502532662132736} + \frac{1}{174224571863520493293247799005065324265472} + \frac{1}{348449143727040986586495598010130648530944} + \frac{1}{696898287454081973172991196020261297061888} + \frac{1}{1393796574908163946345982392040522594123776} + \frac{1}{2787593149816327892691964784081045188247552} + \frac{1}{5575186299632655785383929568162090376495104} + \frac{1}{11150372599265311570767859136324180752990208} + \frac{1}{22300745198530623141535718272648361505980416} + \frac{1}{44601490397061246283071436545296723011960832} + \frac{1}{89202980794122492566142873090593446023921664} + \frac{1}{178405961588244985132285746181186892047843328} + \frac{1}{356811923176489970264571492362373784095686656} + \frac{1}{713623846352979940529142984724747568191373312} + \frac{1}{1427247692705959881058285969449495136382746624} + \frac{1}{2854495385411919762116571938898990272765493248} + \frac{1}{5708990770823839524233143877797980545530986496} + \frac{1}{11417981541647679048466287755595961091061972992} + \frac{1}{22835963083295358096932575511191922182123945984} + \frac{1}{45671926166590716193865151022383844364247891968} + \frac{1}{91343852333181432387730302044767688728495783936} + \frac{1}{182687704666362864775460604089535377456991567872} + \frac{1}{365375409332725729550921208179070754913983135744} + \frac{1}{730750818665451459101842416358141509827966271488} + \frac{1}{1461501637330902918203684832716283019655932542976} + \frac{1}{2923003274661805836407369665432566039311865085952} + \frac{1}{5846006549323611672814739330865132078623730171904} + \frac{1}{11692013098647223345629478661730264157247460343808} + \frac{1}{23384026197294446691258957323460528314494920687616} + \frac{1}{46768052394588893382517914646921056628989841375232} + \frac{1}{93536104789177786765035829293842113257979682750464} + \frac{1}{187072209578355573530071658587684226515959365500928} + \frac{1}{374144419156711147060143317175368453031918731001856} + \frac{1}{748288838313422294120286634350736906063837462003712} + \frac{1}{1496577676626844588240573268701473812127674924007424} + \frac{1}{2993155353253689176481146537402947624255349848014848} + \frac{1}{5986310706507378352962293074805895248510699696029696} + \frac{1}{11972621413014756705924586149611790497021399392059392} + \frac{1}{23945242826029513411849172299223580994042798784118784} + \frac{1}{47890485652059026823698344598447161988085597568237568} + \frac{1}{95780971304118053647396689196894323976171195136475136} + \frac{1}{191561942608236107294793378393788647952342390272950272} + \frac{1}{383123885216472214589586756787577295904684780545900544} + \frac{1}{766247770432944429179173513575154591809369561091801088} + \frac{1}{1532495540865888858358347027150309183618739122183602176} + \frac{1}{3064991081731777716716694054300618367237478244367204352} + \frac{1}{6129982163463555433433388108601236734474956488734408704} + \frac{1}{12259964326927110866866776217202473468949912977468817408} + \frac{1}{24519928653854221733733552434404946937899825954937634816} + \frac{1}{49039857307708443467467104868809893875799651909875269632} + \frac{1}{98079714615416886934934209737619787751599303819750539264} + \frac{1}{196159429230833773869868419475239575503198607639501078528} + \frac{1}{392318858461667547739736838950479151006397215279002157056} + \frac{1}{784637716923335095479473677900958302012794430558004314112} + \frac{1}{1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224} + \frac{1}{3138550867693340381917894711603833208051177722232017256448} + \frac{1}{6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896} + \frac{1}{12554203470773361527671578846415332832204710888928069025792} + \frac{1}{25108406941546723055343157692830665664409421777856138051584} + \frac{1}{50216813883093446110686315385661331328818843555712276103168} + \frac{1}{100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336} + \frac{1}{200867255532373784442745261542645325315275374222849104412672} + \frac{1}{401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344} + \frac{1}{803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688} + \frac{1}{1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301376} + \frac{1}{3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602752} + \frac{1}{6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504} + \frac{1}{12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411008} + \frac{1}{25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822016} + \frac{1}{51422017416287688817342786954917203280710495801049370729644032} + \frac{1}{102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064} + \frac{1}{205688069665150755269371147819668813122841983204197482918576128} + \frac{1}{411376139330301510538742295639337626245683966408394965837152256} + \frac{1}{822752278660603021077484591278675252491367932816789931674304512} + \frac{1}{1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024} + \frac{1}{3291009114642412084309938365114701009965471731267159726697218048} + \frac{1}{6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096} + \frac{1}{13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192} + \frac{1}{26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384} + \frac{1}{52656145834278593348959013841835216159447547700274555627155488768} + \frac{1}{105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536} + \frac{1}{210624583337114373395836055367340864637790190801098222508621955072} + \frac{1}{421249166674228746791672110734681729275580381602196445017243910144} + \frac{1}{842498333348457493583344221469363458551160763204392890034487820288} + \frac{1}{1684996666696914987166688442938726917102321526408785780068975640576} + \frac{1}{3369993333393829974333376885877453834204643052817571560137951281152} + \frac{1}{6739986666787659948666753771754907668409286105635143120275902562304} + \frac{1}{13479973333575319897333507543509815336818572211270286240551805124608} + \frac{1}{26959946667150639794667015087019630673637144422540572481103610249216} + \frac{1}{53919893334301279589334030174039261347274288845081144962207220498432} + \frac{1}{107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996864} + \frac{1}{215679573337205118357336120696157045389097155380324579848828881993728} + \frac{1}{431359146674410236714672241392314090778194310760649159697657763987456} + \frac{1}{862718293348820473429344482784628181556388621521298319395315527974912} + \frac{1}{1725436586697640946858688965569256363112777243042596638790631055949824} + \frac{1}{3450873173395281893717377931138512726225554486085193277581262111899648} + \frac{1}{6901746346790563787434755862277025452451108972170386555162524223799296} + \frac{1}{13803492693581127574869511724554050904902217944340773110325048447598592} + \frac{1}{27606985387162255149739023449108101809804435888681546220650096895197184} + \frac{1}{55213970774324510299478046898216203619608871777363092441300193790394368} + \frac{1}{110427941548649020598956093796432407239217743554726184882600387580788736} + \frac{1}{220855883097298041197912187592864814478435487109452369765200775161577472} + \frac{1}{441711766194596082395824375185729628956870974218904739530401550323154944} + \frac{1}{883423532389192164791648750371459257913741948437809479060803100646309888} + \frac{1}{1766847064778384329583297500742918515827483896875618958121606201292619776} + \frac{1}{3533694129556768659166595001485837031654967793751237916243212402585239552} + \frac{1}{7067388259113537318333190002971674063309935587502475832486424805170479104} + \frac{1}{14134776518227074636666380005943348126619871175004951664972849610340958208} + \frac{1}{28269553036454149273332760011886696253239742350009903329945699220681916416} + \frac{1}{56539106072908298546665520023773392506479484700019806659891398441363832832} + \frac{1}{113078212145816597093331040047546785012958969400039613319782796882727665664} + \frac{1}{226156424291633194186662080095093570025917938800079226639565593765455331328} + \frac{1}{452312848583266388373324160190187140051835877600158453279131187530910662656} + \frac{1}{904625697166532776746648320380374280103671755200316906558262375061821325312} + \frac{1}{1809251394333065553493296640760748560207343510400633813116524750123642650624} + \frac{1}{3618502788666131106986593281521497120414687020801267626233049500247285301248} + \frac{1}{7237005577332262213973186563042994240829374041602535252466099000494570602496} + \frac{1}{14474011154664524427946373126085988481658748083205070504932198000989141204992} + \frac{1}{28948022309329048855892746252171976963317496166410141009864396001978282409984} + \frac{1}{57896044618658097711785492504343953926634992332820282019728792003956564819968} + \frac{1}{115792089237316195423570985008687907853269984665640564039457584007913129639936} + \frac{1}{231584178474632390847141970017375815706539969331281128078915168015826259279872} + \frac{1}{463168356949264781694283940034751631413079938662562256157830336031652518559744$

quelque chose le système. Je finis comme j'ai commencé en vous priant de me pardonner l'ennui
que je vous donne, & de croire que je suis avec toute l'estime possible

Monsieur

Londres. le 20^e May 1724.

Votre très humble & très obéissant
serviteur J. Hamer.

Monsieur

NO

Monsieur Nicolas Bernoulli

Docteur en Droit, Professeur en

Logique, &c. &c.

Basle